

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ РОЗРОБЛЕННЯ ХАРАКТЕРНИХ ГРАФІКІВ НАВАНТАЖЕНЬ.

ЗМІСТ

| Ч.ч. | Назва розділу | Стор. |
|-------|--|-------|
| | Перелік використаних термінів | 6 |
| | Вступ | 9 |
| 1 | Вихідні дані для створення характерних графіків навантажень | 11 |
| 1.1 | Вимоги до вихідних даних для створення характерних графіків навантажень | 11 |
| 1.2 | Попереднє оброблення фактичних графіків навантажень | 11 |
| 1.2.1 | Визначення придатності отриманих вихідних даних для створення характерних графіків навантажень | 11 |
| 1.2.2 | Видалення грубих помилок та локальних викидів навантаження | 12 |
| 1.2.3 | Видалення інформації, що може становити комерційну таємницю | 14 |
| 2 | Статистична обробка графіків навантажень | 15 |
| 2.1 | Класифікація фактичних графіків навантажень згідно з кодами класифікатору видів економічної діяльності | 15 |
| 2.2 | Інтеграція фактичних графіків навантажень | 16 |
| 2.3 | Статистична обробка фактичних графіків навантажень КВЕД | 17 |
| 2.4 | Нормалізація характерних графіків навантажень КВЕД | 18 |
| 3 | Метричний простір графіків навантажень | 20 |
| 3.1 | Визначення метричного простору графіків навантажень | 20 |
| 3.2 | Види метрик метричного простору | 21 |
| 3.3 | Вибір метрики для розроблення характерних графіків навантажень | 22 |
| 4 | Групування графіків навантажень | 22 |
| 4.1 | Загальна характеристика кластерного аналізу як методу групування графіків навантажень | 22 |
| 4.2 | Ієрархічний кластерний аналіз | 24 |
| 4.3 | Метод пошуку згущень | 25 |
| 4.4 | Метод k -середніх | 25 |
| 4.5 | Вибір методу кластерного аналізу для створення характерних графіків навантажень | 26 |
| 4.6 | Про використання дендрограм ієрархічного кластерного методу для розроблення характерних графіків навантажень | 26 |

| | | |
|-----|---|----|
| 4.7 | Вибір між ієрархічним кластерним методом, методом пошуку згущень та методом k -середніх | 27 |
| 5 | Структура графіків навантажень | 28 |
| 5.1 | Можливі варіанти структури графіків навантажень | 28 |
| 5.2 | Залежність похибки моделювання графіків навантажень від кількості кластерів для річного графіка навантажень | 29 |
| 5.3 | Залежність похибки моделювання графіків навантажень від кількості кластерів для місячного графіка навантажень | 32 |
| 5.4 | Переваги та недоліки обох варіантів структури графіків навантажень | 35 |
| | Висновки | 35 |
| | Перелік посилань | 38 |

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ТЕРМІНІВ

Види економічної діяльності – основні, другорядні і допоміжні види економічної діяльності.

Виробництво – економічна діяльність, результатом якої є продукція. Це поняття використовують для позначення всіх видів економічної діяльності.

Термін "виробництво" призначено не тільки стосовно сільського господарства, добувної або переробної промисловості. Його використовують також стосовно сфери послуг. Для позначення виробництва можуть використовувати і точніші терміни: надання послуг, оброблення, перероблення тощо залежно від сфери діяльності. Обсяг виробництва вимірюють за допомогою різних методів у натуральному чи вартісному вираженні.

Графіки навантажень – графіки зміни електричних навантажень у часі.

Допоміжні види економічної діяльності – види діяльності, які виконують переважно у сфері послуг, а їх результати використовує сам суб'єкт задля обслуговування його основного та другорядних видів економічної діяльності (керування підприємством, бухгалтерський облік, транспортування, складування, закупівля, збут, ремонт, технічне обслуговування тощо).

Другорядні види економічної діяльності – будь-які інші (крім основного) види економічної діяльності суб'єкта з виробництва товарів або надання послуг.

Економічна діяльність – процес виробництва продукції (товарів і послуг), який здійснюють з використанням певних ресурсів: сировини, матеріалів, устаткування, робочої сили, технологічних процесів тощо. Економічну діяльність характеризують витрати на виробництво, процес виробництва та випуск продукції.

Лічильник електроенергії інтервальний – лічильник електроенергії, який вимірює, фіксує та відображає кількість електроенергії, яка перетікає через точку вимірювання, за кожен з періодів інтеграції у вигляді масиву даних і за розрахунковий період у цілому.

Масштабування графіка навантаження – математична операція отримання графіка навантаження з заданим максимальним математичним очікуванням активної потужності на основі наявного графіка навантаження.

Моделльний споживач електроенергії – споживач електроенергії, який буде використано для розроблення графіків навантажень.

Моделльований споживач електроенергії – споживач електроенергії, робота якого моделюється за допомогою графіків навантажень.

Нормалізований графік навантаження – графік навантаження, у якого максимальне математичне очікування активного навантаження дорівнює 100 кВт.

Оброблення - процес, який виконують, щоб зберегти певні види продукції, надати їм деяких властивостей або запобігти шкідливому впливові, який може виявлятися внаслідок їх використання (наприклад, оброблення сільськогосподарських культур, деревини, металів або оброблення відходів).

Основний вид економічної діяльності – вид діяльності суб'єкта, на який припадає найбільший внесок у валову додану вартість (або інший визначений критерій).

Перероблення – технологічний процес, виконання якого змінює форму, властивості чи склад сировини, напівфабрикатів або, в окремих випадках, готової продукції, задля отримання нової продукції.

Переробна промисловість – усі види економічної діяльності, віднесені до секції С "Переробна промисловість". До неї належать як кустарно-ремісничі промисли, так і серійне виробництво. Використання машин і устаткування для виконання економічної діяльності характерне не тільки для секції С.

Продукція – результат економічної діяльності. Це загальний термін, який використовують як для позначення товарів, так і послуг.

Послуги – результат економічної діяльності, відносно якого не можна встановити права власності. Послуги не підлягають продажу окремо від процесу їх виробництва. Момент завершення виробництва послуги збігається з моментом надання її споживачеві.

Процес промислового виробництва – процес перероблення (механічного, хімічного, ручного тощо), який використовують для виготовлення нової продукції (споживчих товарів, напівфабрикатів чи засобів виробництва), оброблення товарів, які були у використанні, надання промислових послуг і який класифікують у секціях В "Добувна промисловість та розроблення кар'єрів", С "Переробна промисловість", D "Постачання електроенергії, газу, пари та кондиційованого повітря", E "Водопостачання; каналізація, поводження з відходами" та F "Будівництво".

Товари – матеріальні об'єкти, на які є попит та щодо яких можна встановити права власності. Товари придатні для транспортування, їх долучають до обміну, тобто вони є предметом купівлі та продажу. Це може бути продукція серійного виробництва, унікальні витвори або матеріальні засоби для надання послуг (дискета з програмним забезпеченням). Виробництво товарів і обмін ними є різними видами економічної діяльності.

Устаткування виробничого призначення – машини й обладнання, призначені для виробництва продукції (наприклад, металорізальні верстати, пральні машини для пралень).

Устаткування побутового призначення – машини й обладнання, призначені для споживання домашніми господарствами (наприклад, побутові пральні машини).

Характерний графік електричного навантаження споживача – усереднений погодинний графік електричного навантаження для ряду споживачів, аналогічних (близьких) за кодом виду економічної діяльності, режимом роботи та набором електроприймачів.

ВСТУП

На сьогодні характерні графіки навантажень широко використовуються для моделювання режимів як магістральних, так і розподільних електричних мереж. В розподільних електричних мережах, як правило, використовують характерні графіки навантажень, які розроблені інститутом «Укрсільенергопроект» протягом 1980-1990-х років [3, 4]. Однак за час, що пройшов з моменту розроблення цих графіків, характер електроспоживання різних категорій споживачів змінився, деякі категорії споживачів зникли, інші з'явилися тощо. З цієї причини достовірність електричних розрахунків з використанням характерних графіків навантажень знижується.

З іншого боку, зазначені характерні графіки навантажень мають виражену галузеву спрямованість (сільське господарство) і у багатьох випадках не можуть бути використані для моделювання (розрахунку) режиму роботи електричних мереж зі споживачами, передбаченими технічним завданням на виконання цієї НДР.

Метою роботи є дослідження структури і режимів споживання електроенергії в розподільних електричних мережах і створення на цій основі характерних графіків електричних навантажень для широкого кола споживачів, визначених ДК 009:2010.

В процесі виконання роботи необхідно визначити підходи щодо мінімізації кількості використовуваних характерних графіків навантажень, що дозволить спростити алгоритми розрахунків, зменшити розміри баз даних і скоротити час розрахунків без втрати їх точності.

Розроблювані графіки навантажень можна буде використати для:

- виконання електричних розрахунків в розподільних електричних мережах;
- обчислення резерву потужності трансформаторних підстанцій;
- обчислення втрат енергії та напруги в елементах електричних мереж;
- обчислення максимального навантаження трансформаторних підстанцій тощо.

1 ВИХІДНІ ДАНІ ДЛЯ СТВОРЕННЯ ХАРАКТЕРНИХ ГРАФІКІВ НАВАНТАЖЕНЬ

1.1 Вимоги до вихідних даних для створення характерних графіків навантажень

Вихідними даними для розроблення характерних графіків навантажень були фактичні графіки навантажень споживачів електроенергії. До вихідних даних було застосовувано наступні вимоги:

- Фактичні графіки навантажень повинні бути в електронній формі, виміряні інтервальними лічильниками електроенергії;
- Термін вимірювань навантажень споживачів по кожному фактичному графіку навантажень повинен бути не менше ніж рік;
- Період дискретизації вимірювань навантажень інтервальним лічильником - через пів години або через годину;
- Фактичні графіки навантажень повинні включати активне та реактивне навантаження.

1.2 Попереднє оброблення фактичних графіків навантажень

1.2.1 Визначення придатності отриманих вихідних даних для створення характерних графіків навантажень

Основним критерієм, за яким визначається придатність фактичних графіків навантажень для подальшого використання в створенні характерних графіків навантажень – це безперервність вимірювань на протязі не менше одного року. Відсутність даних вимірювань електричного навантаження споживача на протязі якогось періоду можлива з причини несправності устаткування. В цьому випадку слід брати до уваги період відсутності вимірювань. Якщо це кілька днів на протязі календарного місяця, то такий фактичний графік навантажень вважається придатним для розроблення графіків навантажень. Якщо ж цей період складає кілька місяців, то такий фактичний графік навантажень відхиляється.

Інший розповсюджений випадок – коли споживач якийсь період не працює (наприклад, через відсутність замовлень). Фактичний графік навантаження такого споживача схожий з попереднім випадком. Але якщо в попередньому випадку навантаження за якийсь період повністю дорівнюють нулю, то в даному випадку навантаження відрізняються від нуля, оскільки навіть на підприємстві, що не працює, зберігається яесь мінімальне споживання електроенергії (освітлення, опалення тощо). Такі фактичні графіки навантажень не відхиляються, оскільки прості підприємств – досить розповсюжене явище, яке потрібно врахувати при створенні характерних графіків навантажень.

1.2.2 Видалення грубих помилок та локальних викидів навантаження

Вихідні дані, отримані внаслідок вимірювання інтервальними лічильниками електроенергії, можуть містити величини, які потрапили в дану вибірку випадково, в результаті впливу якихось не характерних для даного споживача факторів. Наприклад, при вимірюванні навантаження якогось підприємства через аварію на протязі трьох днів не працював один цех. Оскільки такий режим не є характерним для цього підприємства, то і отримані дані є недостовірними. Для того, щоб такі дані не спотворювали отриманих результатів, виконується їх попередня обробка шляхом виключення з вихідних даних тих значень, які відповідають грубим помилкам та локальним викидам.

Грубі помилки в вихідних даних можуть бути викликані несправністю вимірювальних приладів, трансформаторів струму, збоєм програмного забезпечення тощо.

Локальні викиди не пов'язані з помилками значень вихідних даних, але вони настільки сильно відрізняються від більшості значень у виборці, що їх можна вважати впливом збігу якихось малоймовірних обставин і відкидати.

Для виявлення грубих помилок і локальних викидів в фактичних графіках навантажень використовують правило трьох сігм [1]. Воно полягає в наступному.

Нехай є якийсь фактичний графік навантажень.

Позначимо:

i – номер місяця, змінюється від 1 до 12;

t – година доби, змінюється від 1 до 24;

d_i – кількість робочих днів в i – у місяці.

$P(i, n, t)$ – активне навантаження споживача, виміряне інтервальним лічильником, за t – у годину n – го дня i – го місяця;

$Q(i, n, t)$ – реактивне навантаження споживача, виміряне інтервальним лічильником, за t – у годину n – го дня i – го місяця;

$\bar{P}(i, t)$ – математичне очікування (середня величина) активного навантаження за t – у годину i – го місяця;

$\bar{Q}(i, t)$ – математичне очікування (середня величина) реактивного навантаження за t – у годину i – го місяця;

$D_p(i, t)$ – дисперсія активного навантаження за t – у годину i – го місяця;

$\sigma_p(i, t)$ – середнє квадратичне відхилення активного навантаження за t – у годину i – го місяця;

$D_Q(i, t)$ – дисперсія реактивного навантаження за t – у годину i – го місяця;

$\sigma_Q(i, t)$ – середнє квадратичне відхилення реактивного навантаження за t – у годину i – го місяця;

Обчислимо для кожної години місяця математичне очікування та середньоквадратичне відхилення активних та реактивних навантажень за формулами:

$$\bar{P}(i, t) = \frac{\sum_{n=1}^d P(i, n, t)}{d}, \quad (1)$$

$$D_p(i, t) = \frac{\sum_{n=1}^d [P(i, n, t) - \bar{P}(i, t)]^2}{d - 1}, \quad (2)$$

$$\sigma_p(i, t) = \sqrt{D_p(i, t)}, \quad (3)$$

$$\bar{Q}(i, t) = \frac{\sum_{n=1}^d Q(i, n, t)}{d}, \quad (4)$$

$$D_Q(i,t) = \frac{\sum_{n=1}^d [Q(i,n,t) - Q(i,t)]^2}{d-1}, \quad (5)$$

$$\sigma_Q(i,t) = \sqrt{D_Q(i,t)}. \quad (6)$$

Як випливає з правила трьох сігм [1], імовірність того, що випадкове активне навантаження $P(i,n,t)$ вийде за межі нерівності

$$\bar{P}(i,t) - 3\sigma_P(i,t) < P(i,n,t) < \bar{P}(i,t) + 3\sigma_P(i,t) \quad (7)$$

дорівнює 0.0027.

Також, імовірність того, що випадкове реактивне навантаження $Q(i,n,t)$ вийде за межі нерівності

$$\bar{Q}(i,t) - 3\sigma_Q(i,t) < Q(i,n,t) < \bar{Q}(i,t) + 3\sigma_Q(i,t) \quad (8)$$

дорівнює 0.0027.

Випадки, імовірність яких 0,0027 або менше, вважаються неможливими. Дані, які не відповідають умовам (7) і (8), з вибірки видаляються [1].

1.2.3 Видалення інформації, що може становити комерційну таємницю

Деякі дані, пов'язані з фактичними графіками навантажень, можуть вказувати в тій чи іншій мірі на характер діяльності юридичної чи фізичної особи, споживачі якої послуговували джерелами графіків навантажень. Розповсюдження такої інформації могло б бути розцінене як порушення комерційної таємниці. З цієї причини фактичні графіки навантажень були анонімізовані, тобто будь-які посилання на джерела фактичних графіків навантажень з бази даних були видалені. Це:

- назва власника;
- назва підприємства, якщо вона включає назву власника, географічну назву розташування підприємства та характер його діяльності (наприклад, N-ський хлібозавод).

Після анонімізації кожен фактичний графік навантажень характеризується:

- назвою, яка характеризує характер діяльності споживача в нейтральній формі, наприклад «хлібозавод».

- кодом класифікатору видів економічної діяльності (КВЕД) (одним або кількома).

2 СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ГРАФІКІВ НАВАНТАЖЕНЬ

2.1 Класифікація фактичних графіків навантажень згідно з кодами класифікатору видів економічної діяльності

В ході попередньої обробки фактичних графіків навантажень виникла задача для кожного споживача, який послугував джерелом цих фактичних графіків, визначити коди його видів економічної діяльності згідно з КВЕД-2010, КВЕД-2012, КВЕД-2013, КВЕД-2014, КВЕД-2015, КВЕД-2016. Це робилось перш за все з використанням «Єдиного державного реєстру юридичних осіб, фізичних осіб-підприємців та громадських формувань» на сайті Міністерства юстиції України, оскільки це найбільш повне та авторитетне джерело подібного роду інформації. Однак в багатьох випадках цих даних виявлялось не досить. Більшість осіб – юридичних та фізичних, при реєстрації зазначили декілька видів економічної діяльності, однак на практиці в багатьох випадках вони займаються значно меншою кількістю видів економічної діяльності, ніж це було заявлено. В багатьох випадках деякі види економічної діяльності були заявлені «про запас». З цієї причини виникла потреба уточнити:

а) чи справді дана юридична чи фізична особа займається тим чи іншим видом економічної діяльності.

б) споживача якого виду економічної діяльності живить те чи інше джерело фактичних графіків навантажень (трансформаторна підстанція, приєднання до трансформаторної підстанції тощо).

Ця інформація отримувалась або безпосередньо у споживача, або методом експертних оцінок. В якості експертів виступали, як правило, співробітники енергопостачальних компаній, обізнані з характером електроспоживання тих чи інших споживачів.

Отримані таким чином коди КВЕД приписувались до фактичних графіків навантажень. Оскільки більшість споживачів, які послугували джерелами

фактичних графіків навантажень займаються кількома видами економічної діяльності, то і до більшості таких графіків було приписано кілька кодів КВЕД. З цієї причини в подальшому один і той же фактичний графік навантажень міг бути використаний для створення кількох різних характерних графіків навантажень. Одночасно, в більшості, випадків до кожного коду КВЕД було приписано кілька фактичних графіків навантажень.

2.2 Інтеграція фактичних графіків навантажень

В ході виконання цієї роботи було зібрано значну кількість фактичних графіків навантажень. Кожен фактичний графік навантажень приписується до якогось (або до кількох) кодів КВЕД. Таким чином до кожного КВЕД виявились приписаними кілька фактичних графіків навантажень. Обчислимо фактичний графік навантаження КВЕД.

Нехай:

N – кількість фактичних графіків навантажень, приписаних до даного коду КВЕД.

M – номер місяця .

D – номер дня в місяці.

T – номер години.

P_{iMDT} – активне навантаження i -го фактичного графіка навантажень за M -й місяць, D -й день, T -у годину.

Q_{iMDT} – реактивне навантаження i -го фактичного графіка навантажень за M -й місяць, D -й день, T -у годину.

P_{NMDT} – активне навантаження фактичного графіка навантажень КВЕД за M -й місяць, D -й день, T -у годину.

Q_{NMDT} – реактивне навантаження фактичного графіка навантажень КВЕД за M -й місяць, D -й день, T -у годину.

Тоді:

$$P_{NMDT} = \sum_{i=1}^N P_{iMDT} , \quad (9)$$

$$Q_{NMDT} = \sum_{i=1}^N Q_{iMDT} \cdot \quad (10)$$

2.3 Статистична обробка фактичних графіків навантажень КВЕД

В ході статистичної обробки для кожного фактичного графіка навантажень коду КВЕД обчислювались його погодинні статистичні характеристики: математичне очікування та середньоквадратичне відхилення активного та реактивного навантажень, а також коефіцієнт кореляції активного та реактивного навантажень.

Нехай:

M – номер місяця;

T – номер години доби M -го місяця;

n – кількість днів в місяці M або, якщо в місяці M були пропуски вимірювань, то фактична кількість днів вимірювань;

P_{iMT} – активне навантаження i -го дня M -го місяці, T -ї години даного коду КВЕД;

Q_{iMT} – реактивне навантаження i -го дня M -го місяці, T -ї години даного коду КВЕД;

\bar{P}_{MT} – математичне очікування активного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

\bar{Q}_{MT} – математичне очікування реактивного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

σ_{PMT} – середнє квадратичне відхилення активного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

σ_{QMT} – середнє квадратичне відхилення реактивного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

k_{MT} – коефіцієнт кореляції активного та реактивного навантажень за M -й місяць у T -годину даного КВЕД.

Тоді:

$$\bar{P}_{MT} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{iMT}}{n}, \quad (11)$$

$$\bar{Q}_{MT} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_{iMT}}{n}, \quad (12)$$

$$D_{PMT} = \frac{\sum_{i=1}^n (P_{iMT} - P_{MT})^2}{n-1}, \quad (13)$$

$$\sigma_{PMT} = \sqrt{D_{PMT}}, \quad (14)$$

$$D_{QMT} = \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{iMT} - Q_{MT})^2}{n-1}, \quad (15)$$

$$k_{MT} = \frac{\sum_{i=1}^n (P_{iMT} - \bar{P}_{MT})(Q_{iMT} - \bar{Q}_{MT})}{n}, \quad (16)$$

де індекс i пробігає значення від 1 до n .

2.4 Нормалізація характерних графіків навантажень КВЕД

Нормалізацією називається приведення характерного графіка навантажень до виду, коли максимальне математичне очікування активного навантаження дорівнює 100 кВт. Можна дати також еквівалентне визначення: нормалізація є приведення характерного графіка навантажень до умовних величин у відсотках, коли максимальне математичне очікування активного навантаження дорівнює 100 %. Графіки навантажень, для яких виконано нормалізацію, будемо називати нормалізованими графіками навантажень.

Нехай:

\bar{P}_{MT} – математичне очікування активного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

\bar{Q}_{MT} – математичне очікування реактивного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

σ_{PMT} – середнє квадратичне відхилення активного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

σ_{QMT} - середнє квадратичне відхилення реактивного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

\bar{P}'_{MT} – математичне очікування приведенного активного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

\bar{Q}'_{MT} – математичне очікування приведенного реактивного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

σ'_{PMT} - середнє квадратичне відхилення приведенного активного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

σ'_{QMT} - середнє квадратичне відхилення приведенного реактивного навантаження за M -й місяць T -у годину даного коду КВЕД;

k_H – коефіцієнт нормалізації характерного графіка навантажень даного коду КВЕД;

\bar{P}_{MAX} – максимальне математичне очікування активного навантаження за рік даного КВЕД.

Тоді:

$$k_H = \frac{100}{\bar{P}_{MAX}}. \quad (17)$$

Помножимо математичні очікування активного та реактивного навантажень на k_H , а середні квадратичні відхилення активного та реактивного навантажень на $\sqrt{k_H}$ [1] отримаємо характеристики приведених (нормалізованих) графіків:

$$\bar{P}'_{MT} = k_H \bar{P}_{MT}, \quad (17)$$

$$\bar{Q}'_{MT} = k_H \bar{Q}_{MT}, \quad (18)$$

$$\sigma'_{PMT} = \sigma_{PMT} \sqrt{k_H}, \quad (19)$$

$$\sigma'_{QMT} = \sigma_{QMT} \sqrt{k_H}. \quad (20)$$

3 МЕТРИЧНИЙ ПРОСТІР ГРАФІКІВ НАВАНТАЖЕНЬ

3.1 Визначення метричного простору графіків навантажень

Нехай є якась множина нормалізованих графіків навантажень з кодами КВЕД. Кожен такий графік характеризується активними $P[1..288]$, реактивними $Q[1..288]$ навантаженнями та їх середніми квадратичними відхиленнями $\sigma_p[1..288], \sigma_q[1..288]$, де 288 – 12 місяців * 24 години. Будемо вважати множину таких графіків навантажень елементами векторного простору G розмірністю $[1..1152]$, де $1152=288*4$. Елементи $P[i], Q[i], \sigma_p[i], \sigma_q[i]$ (тут i пробігає значення $1..288$) є координатами в цьому векторному просторі. У векторному просторі G існує нульовий елемент G_0 , всі координати якого дорівнюють нулю.

Нехай є відомий алгоритм (формула, вираз), який дозволяє для кожної пари елементів векторного простору обчислити число, яке будемо називати метрикою ρ векторного простору G .

Нехай G_i, G_j, G_k – якісь графіки навантажень з векторного простору G .

Відповідно до [10] метрика має такі властивості:

- $\rho[G_i, G_j] = 0$ тоді і тільки тоді, коли $G_i = G_j$, тобто коли в G_i та G_j рівні всі координати;
- $\rho[G_i, G_j] = \rho[G_j, G_i]$ (аксіома симетрії);
- $\rho[G_i, G_k] \leq \rho[G_i, G_j] + \rho[G_j, G_k]$ (аксіома трикутника).

Векторний простір графіків навантажень G разом з визначеною на ньому метрикою ρ будемо називати метричним простором M графіків навантажень.

З погляду математики метрику можна розглядати як відстань між елементами метричного простору. Метрику $\rho(G_i, G_0)$ можна вважати відстанню елемента G_i від нульової точки, тобто довжиною елемента G_i .

Нехай для кожного елемента G_i метричного простору M обчислено його метрику $\rho_i = \rho[G_i, G_0]$.

Відкладемо ці відстані на графіку (рис. 1) у вигляді коротких штрихів.

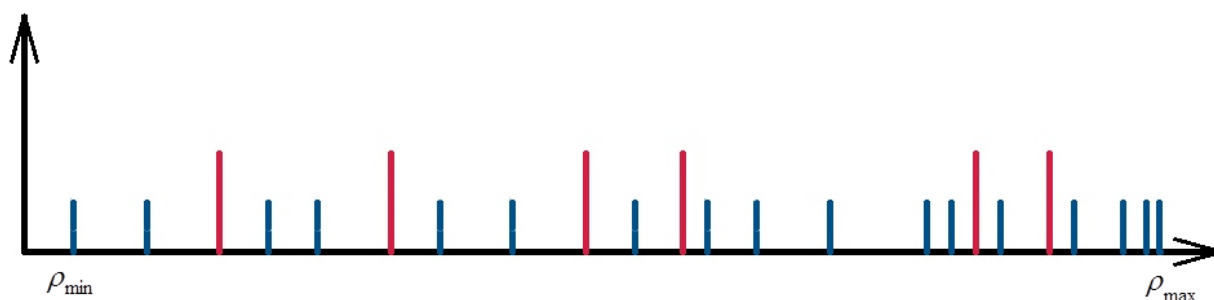


Рисунок 1.

Як видно з рисунка, всі метрики приймають значення від ρ_{\min} до ρ_{\max} . Нехай в ході цієї роботи буде створено якусь кількість характерних графіків навантажень χ . Ці графіки навантажень є елементами метричного простору M . Тоді для кожного з них можна обчислити метрику:

$$\rho_{\chi_j} = \rho(\chi_j, G_0)$$

Тут j – порядковий номер характерного графіка навантажень.

Відкладемо ці метрики на рисунку 1 у вигляді довгих вертикальних відрізків.

3.2 Види метрик метричного простору

З теорії метричних просторів відомо багато видів метрик [10]. Нехай є два графіки навантажень:

$$G_1 = (P_{1i}, Q_{1i}, \sigma_{P1i}, \sigma_{Q1i});$$

$$G_2 = (P_{2i}, Q_{2i}, \sigma_{P2i}, \sigma_{Q2i}),$$

де i пробігає значення від 1 до 288.

Тоді (для прикладу) можна навести такі метрики:

- евклідова відстань

$$d_{12} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (P_{1i} - P_{2i})^2 + \sum_{i=1}^n (Q_{1i} - Q_{2i})^2 + \sum_{i=1}^n (\sigma_{P1i} - \sigma_{P2i})^2 + \sum_{i=1}^n (\sigma_{Q1i} - \sigma_{Q2i})^2}; \quad (21)$$

- зважена евклідова відстань

$$d_{12} = \sqrt{\omega_1 \sum_{i=1}^n (P_{1i} - P_{2i})^2 + \omega_2 \sum_{i=1}^n (Q_{1i} - Q_{2i})^2 + \omega_3 \sum_{i=1}^n (\sigma_{P1i} - \sigma_{P2i})^2 + \omega_4 \sum_{i=1}^n (\sigma_{Q1i} - \sigma_{Q2i})^2}, \quad (22)$$

де $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ – вагові коефіцієнти.

- відстань city-block

$$d_{12} = \sum_{i=1}^n |P_{1i} - P_{2i}| + \sum_{i=1}^n |Q_{1i} - Q_{2i}| + \sum_{i=1}^n |\sigma_{P1i} - \sigma_{P2i}| + \sum_{i=1}^n |\sigma_{Q1i} - \sigma_{Q2i}|, \quad (23)$$

- відстань Мінковського

$$d_{12} = \left(\sum_{i=1}^n |P_{1i} - P_{2i}|^R + \sum_{i=1}^n |Q_{1i} - Q_{2i}|^R + \sum_{i=1}^n |\sigma_{P1i} - \sigma_{P2i}|^R + \sum_{i=1}^n |\sigma_{Q1i} - \sigma_{Q2i}|^R \right)^{1/R}. \quad (24)$$

3.3 Вибір метрики для розроблення характерних графіків навантажень

Теорія метричних просторів, як і математична статистика, в цілому не дають якихось критеріїв для вибору тієї чи іншої метрики з точки зору створення характерних графіків навантажень. Так само вибір такої метрики важко обґрунтувати законами електротехніки. Як метрика для створення характерних графіків навантажень на першому етапі була вибрана евклідова відстань.

4 ГРУПУВАННЯ ГРАФІКІВ НАВАНТАЖЕНЬ

4.1 Загальна характеристика кластерного аналізу як методу групування графіків навантажень

Кластерний аналіз - це сукупність методів багатовимірної класифікації, метою якої є утворення груп (кластерів) схожих між собою об'єктів (в даному випадку – графіків навантажень).

На відміну від традиційних угруповань, розглянутих в загальній теорії статистики, кластерний аналіз призводить до розбиття на групи з урахуванням всіх групувальних ознак одночасно. Наприклад, якщо якийсь графік навантажень характеризується двома ознаками S_1, S_2 , то при використанні методів кластерного аналізу обидві ці ознаки враховуються одночасно при віднесенні цього графіка в ту чи іншу групу.

Методи кластерного аналізу дозволяють вирішувати такі завдання:

– проведення класифікації графіків навантажень з урахуванням ознак, що відображають сутність, саму природу об'єктів;

– перевірка висунутих припущень про наявність певної структури у досліджуваній сукупності графіків навантажень;

– побудова нових класифікацій для недостатньо вивчених об'єктів.

Для реалізації будь-якого методу кластерного аналізу вводиться поняття «подібність об'єктів». Причому в процесі класифікації в кожен кластер повинні потрапляти об'єкти, що мають найбільшу схожість один з одним з точки зору спостережуваних змінних.

У кластерному аналізі для кількісної оцінки подібності вводиться поняття метрики (розділ 3). Кожен об'єкт описується n -ознаками і представлений як точка в n -вимірному просторі. Подібність або відмінність між об'єктами, що класифікуються, встановлюється в залежності від метричної відстані між ними.

Для групування графіків навантажень методами кластерного аналізу можна використовувати різні міри відстані між графіками [3].

Нехай є два графіки навантажень:

$$G_1 = (S_{11}, S_{12}, \dots, S_{1i}, \dots, S_{1n}) \text{ та } G_2 = (S_{21}, S_{22}, \dots, S_{2i}, \dots, S_{2n})$$

де n – кількість годин спостережень в кожному з графіків навантажень.

S з відповідними індексами – навантаження по кожному з цих двох графіків на кожну годину.

Тоді існують такі міри відстані між графіками навантажень [3]:

- евклідова відстань
$$d_{12} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (S_{1i} - S_{2i})^2}; \quad (25)$$

- зважена евклідова відстань
$$d_{12} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \omega_i (S_{1i} - S_{2i})^2}; \quad (26)$$

- відстань city-block
$$d_{12} = \sum_{i=1}^n |S_{1i} - S_{2i}|; \quad (27)$$

- відстань Мінковського
$$d_{12} = \left(\sum_{i=1}^n |S_{1i} - S_{2i}|^p \right)^{1/p}, \quad (28)$$

тощо.

Всі методи кластерного аналізу можна розділити на дві групи:

- ієрархічні (деревовидні) методи (агломеративні і дивізімні);

- ітеративні (метод пошуку згущень, метод k – середніх тощо).

4.2 Ієрархічний кластерний аналіз

Сутність ієрархічних агломеративних методів полягає в тому, що на першому етапі кожен графік навантаження з усієї множини графіків навантажень розглядається як окремий кластер. Процес об'єднання кластерів відбувається послідовно: на підставі матриці відстаней або матриці подібності об'єднуються найбільш близькі графіки. Якщо матриця відстаней спочатку має розмірність $(m \times m)$, то повністю процес об'єднання завершується за $(m-1)$ кроків. У підсумку всі графіки будуть об'єднані в один кластер. Послідовність об'єднання може бути представлена у вигляді такої дендрограми (рис. 2).

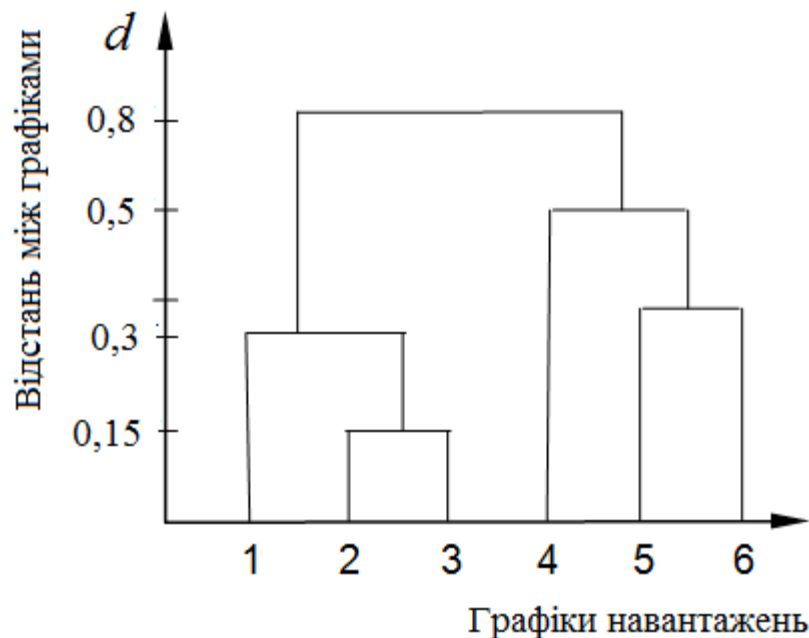


Рисунок 2.

Дендрограма, зображена на рисунку 2, показує, що в даному випадку на першому кроці були об'єднані в один кластер другий і третій графіки при відстані між ними 0,15. На другому кроці до них приєднався перший графік. Відстань від першого графіка до кластера, що містить другий і третій графіки, дорівнює 0,3 і т.д.

Різні методи ієрархічного кластерного аналізу відрізняються між собою алгоритмами класифікації, з яких найбільш поширеними є:

- метод одиночного зв'язку;
- метод повних зв'язків;
- метод середнього зв'язку;
- метод Уорда.

4.3 Метод пошуку згущень

Одним з ітеративних методів класифікації є метод пошуку згущень. Суть ітеративного алгоритму даного методу полягає в застосуванні гіперсфери заданого радіуса, яка переміщається в просторі класифікаційних ознак з метою пошуку локальних згущень об'єктів.

Метод пошуку згущень вимагає, перш за все, обчислення матриці відстаней (або матриці мір подібності) між об'єктами і вибору початкового центру сфери. На першому кроці центром сфери служить графік (точка), в найближчій околиці якого розташована найбільша кількість сусідів. На основі заданого радіуса сфери (R) визначається сукупність графіків, що потрапили всередину цієї сфери, і для них обчислюються координати центру (вектор середніх значень ознак).

Коли черговий перерахунок координат центру сфери призводить до такого ж результату, як і на попередньому етапі, переміщення сфери припиняється, а точки, що потрапили в неї, утворюють кластер, і з подальшого процесу кластеризації виключаються. Перераховані процедури повторюються для всіх точок, що лишилися. Робота алгоритму завершується за кінцеве число кроків, і всі точки виявляються розподіленими по кластерам. Число кластерів, що утворяться заздалегідь невідомо і сильно залежить від радіуса сфери.

4.4 Метод k -середніх

Припустимо, є гіпотеза щодо кількості кластерів m . Тоді можна задати програмі створити рівно m кластерів так, щоб вони були настільки різні, наскільки це можливо. Саме для вирішення завдань цього типу призначений метод k -середніх. Гіпотеза може ґрунтуватися на теоретичних міркуваннях, результатах попередніх досліджень або здогаду. Виконуючи послідовне

розбиття на різне число кластерів, можна порівнювати якість одержуваних рішень.

Програма починає з m випадково обраних кластерів, а потім змінює приналежність об'єктів до них, щоб мінімізувати мінливість всередині кластерів і максимізувати мінливість між кластерами. Алгоритм випадковим чином в просторі призначає центри майбутніх кластерів. Потім обчислює відстань між центрами кластерів і кожним об'єктом, і об'єкт приписується до того кластеру, до якого він найближче. Завершивши приписування, алгоритм обчислює середні значення для кожного кластера. Цих середніх буде стільки, скільки використовується змінних для проведення аналізу - k . Набір середніх являє собою координати нового положення центру кластера. Алгоритм знову обчислює відстань від кожного об'єкта до центрів кластерів і приписує об'єкти до найближчого кластеру. Знову обчислюються центри тяжкості кластерів, і цей процес повторюється до тих пір, поки центри тяжіння не перестануть «мігрувати» в просторі.

4.5 Вибір методу кластерного аналізу для створення характерних графіків навантажень

Теорія кластерного аналізу як і математична статистика в цілому не дають якихось критеріїв для вибору того чи іншого методу кластеризації з точки зору створення характерних графіків навантажень. Так само вибір такого методу важко обґрунтувати законами електротехніки. Тому при виборі методу кластеризації для створення характерних графіків навантажень увага приділялась перш за все зручності їх використання та інформативності.

4.6 Про використання дендрограм ієрархічного кластерного методу для розроблення характерних графіків навантажень

Одним з найбільш використовуваним методом кластерного аналізу є ієрархічний агломеративний метод метод, з побудовою дендрограм. Якщо оцінити дендрограму на рис. 2 з точки зору наочності, то ієрархічний агломеративний метод виглядає досить зручним, оскільки з рисунку одразу

видно хід утворення кластерів, на якому кроці той чи інший графік додається до кластера, відстані між кластерами тощо. Однак ця наочність зникає при збільшенні кількості графіків навантажень, які беруть участь в кластеризації (рис. 3).

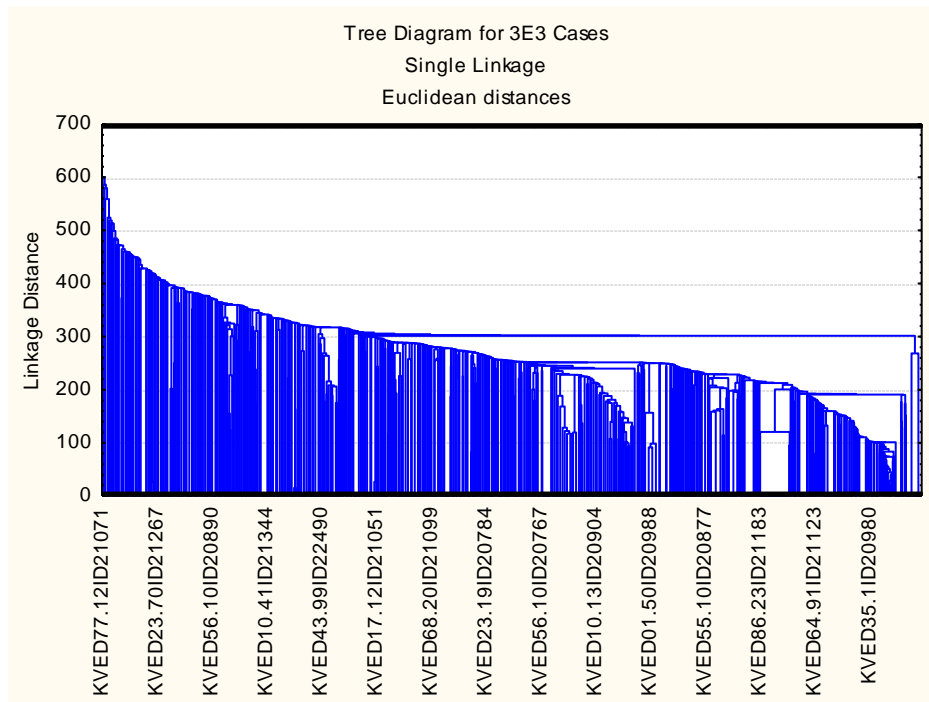


Рисунок 3

На рис. 3 зображено дендрограму кластеризації графіків навантажень для випадку 459 графіків. По вертикалі тут відкладається відстань між кластерами, по горизонталі – назви деяких графіків у внутрішньому кодуванні. Цілком очевидно, що наочність дендрограм при збільшенні кількості графіків навантажень зникає.

4.7 Вибір між ієрархічним кластерним методом, методом пошуку згущень та методом k -середніх

З огляду на розроблення характерних графіків навантажень різниця між ієрархічним кластерним методом, методом пошуку згущень та методом k -середніх полягає в тому, що у методі k -середніх кількість кластерів (характерних графіків навантажень) що утворюються, можна задати наперед, в той час як у ієрархічному кластерному методі та методі пошуку згущень їх кількість невідома. Для розроблення характерних графіків навантажень метод

k -середніх зручніший, оскільки можна створити декілька наборів з різною кількістю характерних графіків навантажень і порівнюючи ці набори між собою, вибрати оптимальний. З цієї причини для створення характерних графіків навантажень було обрано метод k -середніх.

5 СТРУКТУРА ГРАФІКІВ НАВАНТАЖЕНЬ

5.1 Можливі варіанти структури графіків навантажень

При розробленні графіків навантажень були розглянуті три варіанти їх структури:

- річні графіки навантажень;
- сезонні графіки навантажень;
- помісячні графіки навантажень.

Річний графік є математична модель навантаження споживача за період, рівний одному року. Щоб створити такі графіки навантажень, потрібно виконати кластеризацію (розділити всі фактичні графіки навантажень) за рік.

Щоб скористатися таким графіком потрібно знати одну з наступних величин:

- максимальне активне навантаження споживача за рік;
- споживання активної електроенергії за рік.

Сезонні графіки є математичні моделі навантажень споживачів за період, рівний сезону (зима, весна, літо, осінь). Для кожного сезону створюється окремий набір графіків навантажень (можливо – різна кількість графіків навантажень). Щоб скористатися такими графіками потрібно для кожного сезону знати одну з наступних величин:

- максимальне активне навантаження споживача;
- споживання активної електроенергії.

Помісячні графіки є математичні моделі навантажень споживачів за період, рівний місяцю. Для кожного місяця створюється окремий набір графіків навантажень (можливо – різна кількість графіків навантажень).

Щоб скористатися такими графіками потрібно для кожного місяця знати одну з наступних величин:

- максимальне активне навантаження споживача;

- споживання активної електроенергії.

Дослідимо залежність похибки моделювання графіків навантажень від кількості кластерів для річних та місячних графіків навантажень.

5.2 Залежність похибки моделювання графіків навантажень від кількості кластерів для річного графіка навантажень

Зібрані фактичні графіки навантажень можна розбити на різну кількість кластерів. Покажемо, як від кількості кластерів залежить точність моделювання фактичних графіків навантажень характерними графіками навантажень.

Нехай ϵ множина фактичних графіків навантажень з обчисленими математичними очікуваннями та середніми квадратичними відхиленнями (в даному випадку не має значення, які це графіки – нормалізовані чи ні). Розділимо цю множину на якусь кількість кластерів K (будемо називати їх групою кластерів). В кожен кластер даної групи в загальному випадку входить різна кількість графіків навантажень. Очевидно, в подальшому з кожного кластера даної групи може бути створено характерний графік навантажень.

Розглянемо рис. 1. На ньому умовно зображено кластер, що складається з 4-х графіків навантажень.

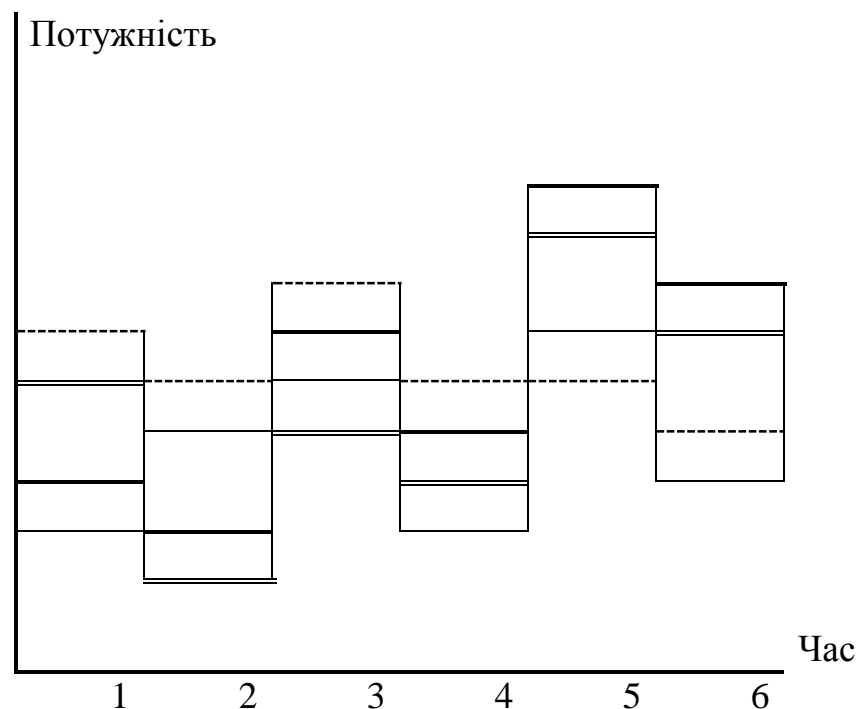


Рисунок 4

Зображення графіків в кластері відрізняються один від одного типом ліній. На рисунку зображено перші шість годин такого графіка. Наоставді їх 288 (12 місяців x 24 години).

Для загальності в подальшому будемо вважати, що в кластері N графіків.

Кожну годину один з графіків навантажень даного кластера приймає найбільше значення, а один – найменше.

Різницю між максимальним та мінімальним навантаженням даної години будемо називати розмахом похибки моделювання даної години δ .

Позначимо:

P_{ijMAX} – максимальна активна потужність i -го кластера за j -у годину;

P_{ijMIN} – мінімальна активна потужність i -го кластера за j -у годину;

δ_{ij} – розмах похибки моделювання i -го кластера за j -у годину;

\bar{P}_{iMAX} – середня максимальна активна потужність i -го кластера;

\bar{P}_{iMIN} – середня мінімальна активна потужність i -го кластера;

$\bar{\delta}_i$ – середній розмах похибки моделювання i -го кластера;

\bar{P}_{MAX} – середня максимальна активна потужність групи з K кластерів;

\bar{P}_{MIN} – середня мінімальна активна потужність групи з K кластерів;

$\bar{\delta}$ – середній розмах похибки моделювання групи з K кластерів,

де індекс j пробігає значення від 1 до 288, а індекс i пробігає значення від 1 до K .

Тоді:

$$\delta_{ij} = P_{ijMAX} - P_{ijMIN}, \quad (29)$$

$$\bar{P}_{iMAX} = \frac{\sum_{j=1}^{288} P_{ijMAX}}{288}, \quad (30)$$

$$\bar{P}_{iMIN} = \frac{\sum_{j=1}^{288} P_{ijMIN}}{288}, \quad (31)$$

$$\delta_i = \bar{P}_{iMAX} - \bar{P}_{iMIN}, \quad (32)$$

$$\bar{P}_{MAX} = \frac{\sum_{i=1}^K \bar{P}_{iMAX}}{K}, \quad (33)$$

$$\bar{P}_{MIN} = \frac{\sum_{i=1}^K \bar{P}_{iMIN}}{K}, \quad (34)$$

$$\bar{\delta} = \frac{\sum_{i=1}^K \bar{\delta}_i}{K}. \quad (35)$$

В табл. 1 наведена отримана програмним шляхом залежність середнього розмаху похибки від кількості кластерів.

Таблиця 1

| Кількість кластерів | Розмах похибки |
|---------------------|----------------|
| 10 | 59 |
| 20 | 45 |
| 30 | 35 |
| 40 | 29 |
| 50 | 24 |

На рис. 5 ця ж залежність показана в графічному вигляді

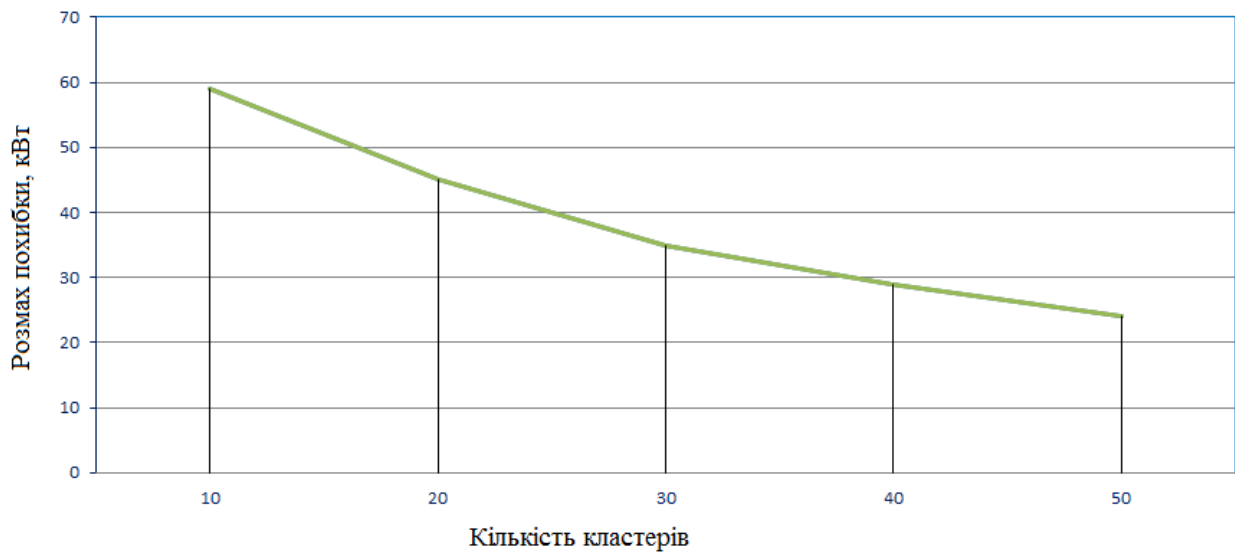


Рисунок 5

5.3 Залежність похибки моделювання графіків навантажень від кількості кластерів для місячного графіка навантажень

В попередньому розділі графік навантажень розглядався як єдиний інформаційний об'єкт довжиною один рік, і для нього було обчислено середній розмах похибки. Альтернативою цьому може бути створення помісячних графіків навантажень. При цьому для кожного місяця фактичні графіки навантажень групуються (кластеризуються) окремо, незалежно від інших місяців. Дослідимо середній розмах помилки моделювання від кількості кластерів для цього випадку.

Нехай, як і в попередньому розділі, є якась множина фактичних графіків навантажень, для яких обчислено математичні очікування та середні квадратичні відхилення активних навантажень. Кожен такий графік складається з 12×24 полів активних навантажень P_{ij} , де i пробігає значення від 1 до 12, а j пробігає значення від 1 до 24 (12 – кількість місяців в році, 24 – кількість годин в добі).

Ці поля розділені помісячно так:

| № п/п | Назва місяця | Діапазон полів | |
|-------|--------------|----------------|-----------|
| | | Від | До |
| 1 | Січень | P_1 | P_{24} |
| 2 | Лютий | P_{25} | P_{48} |
| 3 | Березень | P_{49} | P_{72} |
| 4 | Квітень | P_{73} | P_{96} |
| 5 | Травень | P_{97} | P_{120} |
| 6 | Червень | P_{121} | P_{144} |
| 7 | Липень | P_{145} | P_{168} |
| 8 | Серпень | P_{169} | P_{192} |
| 9 | Вересень | P_{193} | P_{216} |
| 10 | Жовтень | P_{217} | P_{240} |
| 11 | Листопад | P_{241} | P_{264} |
| 12 | Грудень | P_{265} | P_{288} |

Як і в попередньому розділі для загальності будемо вважати, що в кластері N графіків.

Кожну годину один з графіків навантажень даного кластера приймає найбільше значення, а один – найменше.

Різницю між максимальним та мінімальним навантаженням даної години будемо називати розмахом похибки моделювання даної години δ .

Позначимо:

P_{MijMAX} – максимальна активна потужність i -го кластера за j -у годину M -го місяця;

P_{MijMIN} – мінімальна активна потужність i -го кластера за j -у годину M -го місяця;

δ_{Mij} – розмах похибки моделювання i -го кластера за j -у годину M -го місяця;

\bar{P}_{MiMAX} – середня максимальна активна потужність i -го кластера M -го місяця;

\bar{P}_{MiMIN} – середня мінімальна активна потужність i -го кластера M -го місяця;

$\bar{\delta}_{Mi}$ – середній розмах похибки моделювання i -го кластера M -го місяця..

\bar{P}_{MMAX} – середня максимальна активна потужність групи з K кластерів M -го місяця.

\bar{P}_{MMIN} – середня мінімальна активна потужність групи з K кластерів M -го місяця.

$\bar{\delta}_M$ – середній розмах похибки моделювання групи з K кластерів M -го місяця.

де індекс M пробігає значенні від 1 до 12, індекс j пробігає значення від 1 до 24, індекс i пробігає значення від 1 до K .

Тоді:

$$\delta_{Mij} = P_{MijMAX} - P_{MijMIN}, \quad (36)$$

$$\bar{P}_{MiMAX} = \frac{\sum_{j=1}^{24} P_{MijMAX}}{24}, \quad (37)$$

$$\bar{P}_{MiMIN} = \frac{\sum_{j=1}^{288} P_{MijMIN}}{288}, \quad (38)$$

$$\delta_{Mi} = \bar{P}_{MiMAX} - \bar{P}_{MiMIN}, \quad (39)$$

$$\bar{P}_{MMAX} = \frac{\sum_{i=1}^K \bar{P}_{MiMAX}}{K}, \quad (40)$$

$$\bar{P}_{MMIN} = \frac{\sum_{i=1}^K \bar{P}_{MiMIN}}{K}, \quad (41)$$

$$\bar{\delta}_M = \frac{\sum_{i=1}^K \delta_{Mi}}{K}. \quad (42)$$

Таким чином, для кожного з дванадцяти місяців було отримано середній розмах похибки моделювання. Якщо $\bar{\delta}$ – середній річний розмах похибки редагування, тоді (див. табл.2, рис.6)

$$\bar{\delta} = \frac{\sum_{M=1}^{12} \delta_M}{12}. \quad (43)$$

Таблиця 2

| Кількість кластерів | Середня похибка, кВт |
|---------------------|----------------------|
| 4 | 50 |
| 6 | 44 |
| 8 | 38 |
| 10 | 35 |
| 20 | 24 |
| 50 | 12 |

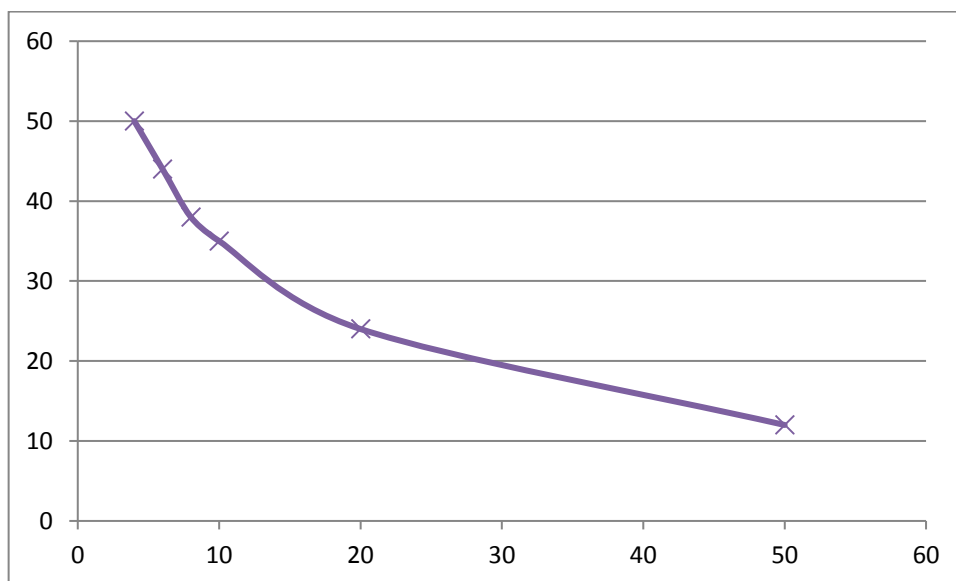


Рисунок 6

5.4 Переваги та недоліки обох варіантів структури графіків навантажень

Суттєвою перевагою річних графіків навантажень є простота використання, оскільки, як написано вище, щоб скористуватися таким графіком, потрібно знати одну з двох величин:

- максимальне активне навантаження споживача за рік;
- споживання активної електроенергії за рік.

В той же час, як видно на рис. 5 і рис. 6, точність розрахунків порівняно з місячними графіками менша.

Порівняно з річними графіками навантажень місячними графіками користуватись важче, оскільки такі параметри навантажень, як максимальне активне навантаження споживача або споживання активної електроенергії потрібно знати за кожен місяць. В той же час помісячні графіки навантажень мають і суттєві переваги:

- вища точність;
- більша гнучкість. Користувач може скласти собі індивідуальний графік навантажень на рік, передбачивши для кожного місяця окремий графік навантажень, виходячи зі своїх бізнес – планів.

Виходячи зі сказаного, бажаючи збільшити точність розрахунків режимів електричних мереж з використанням графіків навантажень, розробниками був вибраний варіант помісячних графіків.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. В.Е. Гмурман «Теория вероятностей и математическая статистика». М. «Высшая школа», 1977 г.
2. Л.Н. Третьяк «Обработка результатов наблюдений», Оренбург, 2004
3. Волкова П.А., Шипунов А.Б. «Статистическая обработка данных в учебно-исследовательских работах». М., 2008
4. Про внесення змін до Закону України «Про інформацію»: Закон України Голос України, 2011, 9 лютого. – № 24.
5. Про доступ до публічної інформації: Закон України від 02. 10.1992р. Відомості Верховної Ради України, 1992, 1 грудня.
6. Цивільний кодекс України від 16 січня 2003 року № 435-IV, Офіційний вісник України. –2003. – № 11.
7. Господарський кодекс України від 16 січня 2003 року, № 436-IV – К. Велес, 2008.
8. Скібіцький О. В. Організація бізнесу. Менеджмент підприємницької діяльності. - К.:Кондор, 2011.
9. Про внесення змін до Закону України «Про інформацію»: Закон України від 13 січня 2011 року, Відомості Верховної Ради України. – 2011. – 13 січня.
10. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. «Элементы теории функций и функционального анализа». М., «Наука»б1976 .
11. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул. 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 1988. - 239 с.